课时跟踪训练(十一)　双曲线的几何性质

1．(陕西高考)双曲线－＝1的离心率为.则*m*＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

2．已知双曲线－＝1(*a*>0，*b*>0)，两条渐近线的夹角为60°，则双曲线的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_．

3．焦点为(0,6)，且与双曲线－*y*2＝1有相同的渐近线的双曲线方程是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

4．(新课标全国卷Ⅰ改编)已知双曲线*C*：－＝1(*a*>0，*b*>0)的离心率为，则*C*的渐近线方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

5．若双曲线－＝1(*a*>0，*b*>0)的两个焦点分别为*F*1、*F*2，*P*为双曲线上一点，且|*PF*1|＝3|*PF*2|，则该双曲线离心率*e*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_．

6．根据下列条件求双曲线的标准方程：

(1)经过点(，3)，且一条渐近线方程为4*x*＋3*y*＝0.

(2)*P*(0,6)与两个焦点的连线互相垂直，与两个顶点连线的夹角为.

7．已知*F*1，*F*2是双曲线－＝1(*a*>0，*b*>0)的两个焦点，*PQ*是经过*F*1且垂直于*x*轴的双曲线的弦，如果∠*PF*2*Q*＝90°，求双曲线的离心率．

8．已知双曲线的中心在原点，焦点*F*1、*F*2在坐标轴上，离心率为且过点(4，－)．

(1)求双曲线方程；

(2)若点*M*(3，*m*)在双曲线上，求证：点*M*在以*F*1*F*2为直径的圆上；

(3)求△*F*1*MF*2的面积．

答 案

1．解析：∵*a*＝4，*b*＝，∴*c*2＝16＋*m*，*e*＝＝＝，∴*m*＝9.

答案：9

2．解析：根据题意，由于双曲线－＝1(*a*>0，*b*>0)，两条渐近线的夹角为60°，则可知＝或＝，那么可知双曲线的离心率为*e*＝，所以结果为2或.

答案：2或

3．解析：由－*y*2＝1，得双曲线的渐近线为*y*＝±*x*.设双曲线方程为：－*y*2＝*λ*(*λ*<0)，∴－＝1.∴－*λ*－2*λ*＝36，∴*λ*＝－12.故双曲线方程为－＝1.

答案：－＝1

4．解析：∵*e*2＝＝＝1＋＝，∴＝，∴＝，∴*y*＝±*x*.

答案：*y*＝±*x*

5．解析：依题意得由此解得|*PF*2|＝*a*，|*PF*1|＝3*a*，∵|*PF*1|＋|*PF*2|≥|*F*1*F*2|，即*c*≤2*a*，*e*＝≤2.又*e*>1，∴离心率*e*的取值范围是(1,2]．

答案：(1,2]

6．解：(1)∵双曲线的一条渐近线方程为4*x*＋3*y*＝0，

∴可设双曲线方程为－＝*λ*(*λ*≠0)．

∵双曲线经过点，∴×－＝*λ*.即*λ*＝1.

∴所求双曲线的标准方程为－＝1.

(2)设*F*1、*F*2为双曲线的两个焦点，依题意，它的焦点在*x*轴上，

∵*PF*1⊥*PF*2，且*OP*＝6，

∴2*c*＝*F*1*F*2＝2*OP*＝12，∴*c*＝6.

又*P*与两顶点连线夹角为，

∴*a*＝|*OP*|·tan＝2 ，

∴*b*2＝*c*2－*a*2＝24.

故所求双曲线的标准方程为－＝1.

7．解：设*F*1(*c,*0)，将*x*＝*c*代入双曲线的方程得－＝1，那么*y*＝±.

由*PF*2＝*QF*2，∠*PF*2*Q*＝90°，知|*PF*1|＝|*F*1*F*2|，

∴＝2*c*，∴*b*2＝2*ac*.

由*a*2＋*b*2＝*c*2，

得*c*2－2*ac*－*a*2＝0，

∴2－2×－1＝0.

即*e*2－2*e*－1＝0.

∴*e*＝1＋或*e*＝1－(舍去)．

所以所求双曲线的离心率为1＋.

8．解：(1)∵离心率*e*＝，∴设所求双曲线方程为*x*2－*y*2＝*λ*(*λ*≠0)，则由点(4，－)在双曲线上，知

*λ*＝42－(－)2＝6，

∴双曲线方程为*x*2－*y*2＝6，即－＝1.

(2)若点*M*(3，*m*)在双曲线上，则32－*m*2＝6，∴*m*2＝3.

由双曲线*x*2－*y*2＝6知，*F*1(2 ，0)，*F*2(－2 ，0)，

∴*MF*1―→·*MF*2―→＝(2 －3，－*m*)·(－2 －3，－*m*)

＝9－(2 )2＋*m*2＝0.

∴*MF*1―→⊥*MF*2―→，∴点*M*在以*F*1*F*2为直径的圆上．

(3)*S*△*F*1*MF*2＝×2*c*×|*m*|＝*c*|*m*|＝2 ×＝6.